

Мы выбираем, нас выбирают — математика правильных решений

Евгений Нурминский
ДЦМИ ДВФУ

Дальневосточный федеральный университет

Владивосток, 15 октября, 2021

Мы выбираем, нас выбирают: математика правильных решений

лекция



Евгений Нурминский

Профессор кафедры математических методов
в экономике Школы естественных наук ДВФУ,
заслуженный деятель науки РФ

5 СЕНТЯБРЯ, 12:00

ПУШКИНСКАЯ, 27

#умныенедели

12+

Будут рассмотрены:

- Модель разборчивой невесты или выбор наилучшего кандидата;
- Коллективный выбор жены/мужа, университета, места работы и т.п.;
- Проблемы избирательных процедур;
- А что в Приморском крае ?

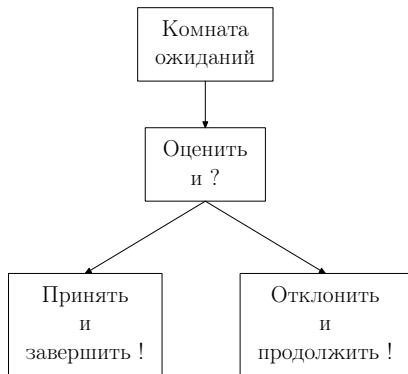
Разборчивая невеста — выбор наилучшего жениха

Упростим задачу:

- 1 Количество женихов N фиксировано и известно невесте. Женихи появляются в случайном порядке, который равновероятен на множестве всех перестановок.
- 2 Невеста имеет свои вполне определенные предпочтения, неявно создающие полный порядок на множестве женихов.
- 3 Каждому жениху дается лишь один шанс продемонстрировать свои достоинства, в ходе которого невеста решает, принимает она предложение этого кандидата или нет.
- 4 Отвергнутый жених гордо удаляется и больше не участвует в процедуре.

Задача невесты: максимизировать вероятность выбора наилучшего кандидата.

Математическая модель — марковская цепь



Множество состояний: $S = \{1, 2, \dots, N\}$. Рейтинги кандидатов: k_1, k_2, \dots, k_N — перестановка из множества $N!$ возможных. Все перестановки считаем равновероятными.

Марковский процесс:

$$x_t = \text{Наилучший из } \{k_1, k_2, \dots, k_{n_t}\} = k_{n_t}$$

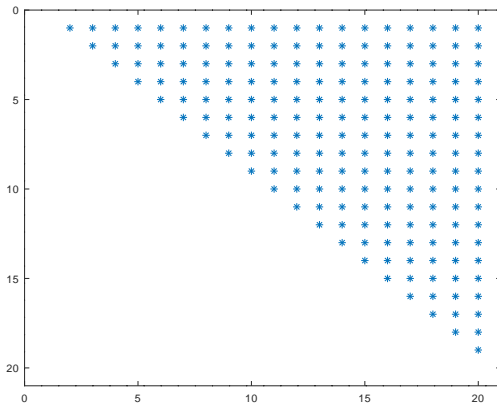
Матрица переходных вероятностей:

$$p_{kl} = \begin{cases} \frac{k}{l(l-1)} & l > k \in S \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

Переход $k \rightarrow l$ означает, что если предыдущий наиболее привлекательный жених был номер k , то следующий наиболее привлекательный будет номер l .

Матрица переходных вероятностей

20 женихов



Модель разборчивой невесты

Оптимальная стратегия – оценочно просмотреть некоторое количество кандидатов, а затем выбрать того, кто будет первым наилучшим.

Женихов	Оценочных просмотров	Вероятность успеха
100	37	37.000 %
200	73	36.500 %
300	110	36.667 %
400	147	36.750 %
500	184	36.800 %
600	221	36.833 %
700	257	36.714 %
800	294	36.750 %
900	331	36.778 %
1000	368	36.800 %

Теоретическая асимптота вероятности успеха: 36.7879%

Задача устойчивого выбора

Очень простая ситуация: в городе N живут n холостых мужчин и n незамужних женщин, которые хорошо знают друг друга. Настолько хорошо, что каждый из них мысленно составил для себя список предпочтений для потенциальных партнеров.

Задача: Составить семейные пары наиболее разумным образом.

Возможный принцип разумности: Чтобы избежать массы последующих социальных катаклизмов, так организовывать семейные пары, чтобы не существовало такого мужчины и такой женщины из разных пар, чтобы они могли бы создать новую пару, причем как мужчина так и женщина получили бы более предпочтительных партнеров.

Такое распределение называется **стабильным**.

Простейший пример

Предпочтения

Мужчин:

Вася: Даша, Маша
Петя: Маша, Даша

Женщин:

Даша: Вася, Петя
Маша: Петя, Вася

Здесь все очень просто

Вася	↔	Даша	1/1
Петя	↔	Маша	1/1

Все довольны !

В общем случае существование стабильного (устойчивого) распределения далеко не очевидно.

Несколько усложним: появляется красотка Таня и спортсмен Коля

Предпочтения

Мужчин:

Вася:	Таня, Даша, Маша
Петя:	Таня, Маша, Даша
Коля:	Маша, Даша, Таня

Женщин:

Маша:	Коля, Петя, Вася
Даша:	Петя, Вася, Коля
Таня:	Коля, Вася, Петя

Здесь тоже все очень просто: в каждой паре один из партнеров получает по максимуму.

Вася	↔	Таня	1/2
Петя	↔	Даша	3/1
Коля	↔	Маша	1/1