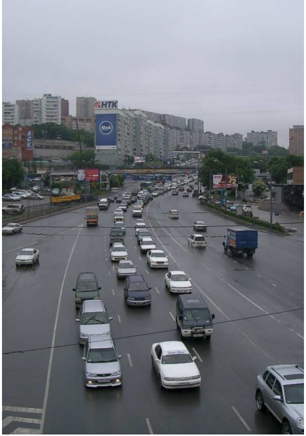


Транспортные проблемы и некоторые вопросы их математического моделирования

Е.А. Нурминский, Н.Б. Шамрай
ДВО РАН–ДВГУ

7-14 сентября 2007 г., Владивосток

Использованы материалы:

- Канд. диссертации (физ.-мат. наук) Шамрай Н.Б. "Вариационно-подобные неравенства и их приложения к задачам равновесия и коррекции несовместных систем неравенств"
- Дипломных проектов ДВГУ:
  - Гринюк И. "Задачи потокового равновесия на сетях"
  - Лютаев Д. "Моделирование городских транспортных потоков"
  - Максимчук А. "Построение путей и декомпозиция на транспортных сетях"
  - Рева Д. "Моделирование равновесных транспортных потоков в дорожной сети Приморского края"
- Свободно распространяемая научная литература и программное обеспечение.

Принципы транспортного равновесия (Wardrop)

- Время пути всех маршрутов, которые на самом деле используются одно и то же и минимально по сравнению с тем, которое затратил бы один автомобиль на любой неиспользованной дороге
- Среднее время путешествия минимально

Переменные модели

$G = (V, E)$	транспортная сеть (орграф);
$W \subset V \times V$	множество пар поставщик-потребитель;
$P_{sd} \subset \cup_k \{s\} \times V^k \times \{d\}$	множество маршрутов $s \to d$;
$x = \{x_p, p \in P_w, w \in W\}$	потоки по маршрутам поставщик-потребитель;
$y = \{y_e, e \in E\}$	потоки по дугам (= Ax);

Экономика

$c(y) = \{c_e(y), e \in E\}$	издержки по дугам;
$g(x) \quad (= \tilde{g}(y))$	издержки по маршрутам;
$\pi(x) = \{\pi_s(x), (s, \cdot) \in W\}$	цены поставщика;
$\sigma(x) = \{\sigma_d(x), (\cdot, d) \in W\}$	цены потребителя;
$\tau(x) = \{\tau_p(x), p \in P_w, w \in W\}$	транспортные издержки по маршрутам;

Wardrop:

> Для пары $w = (s, d)$ и маршрута $p \in P_w$ поток $x_p > 0$ только тогда, когда $\sigma_d(x) \geq \pi_s(x) + \tau_p(x)$.

Математика

Wardrop (как нелинейная комплементарность):

$$x_p(\tau_p(x) + \pi_s(x) - \sigma_d(x)) = 0, p \in P_w$$
$$x_p \geq 0, \tau_p(x) + \pi_s(x) - \sigma_d(x) \geq 0, p \in P_w$$

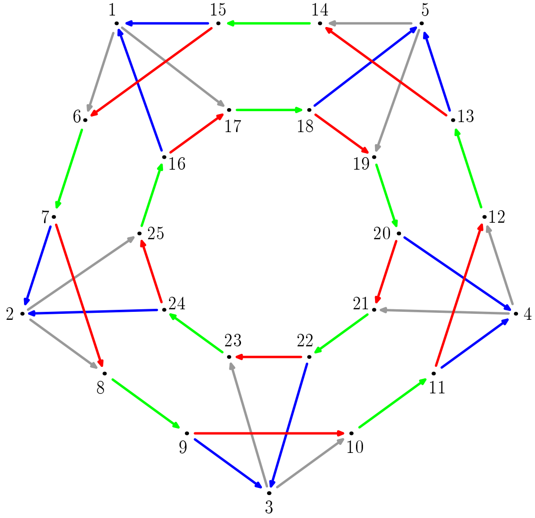
Вариационное неравенство:

$$G(x^\star)(x - x^\star) \geq 0 \text{ для любого } x \geq 0,$$

где $G(x) = \pi_s(x) + \tau_p(x) - \sigma_d(x) \geq 0, p \in P_w$
Более адекватная модели потребителей и производителей — вариационно-подобные неравенства:

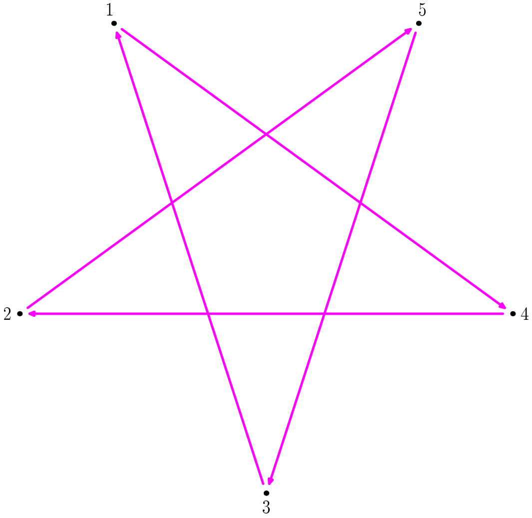
$$G(\tilde{x}^\star)(F(\tilde{x}) - F(\tilde{x}^\star)) \geq 0 \text{ для любого } \tilde{x} \in X$$

Тестовая задача (D. Bertsecas) — структура сети



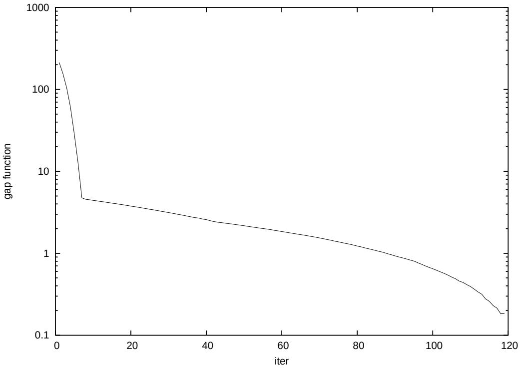
Транспортная система

Тестовая задача (D. Bertsecas) — заказ на перевозки



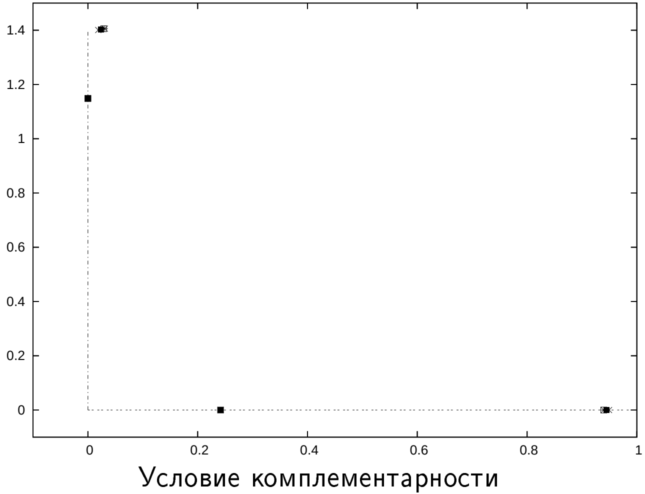
Заказ на перевозки

Тестовая задача (D. Bertsecas) — решение задачи



Решение задачи

Тестовая задача (D. Bertsecas) — комплементарность

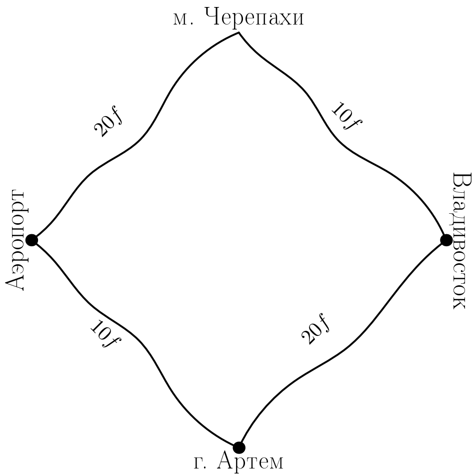


Case studies

Время	К-во вершин	К-во дуг	Место
1950-1960	600	5000	
1980-1990	1790	?	Chicago
	?	?	Stockholm
	?	?	Winnipeg
	?	?	Texas
	?	?	Riyadh, Saudi Arabia
2001-2003	?	?	Santiago

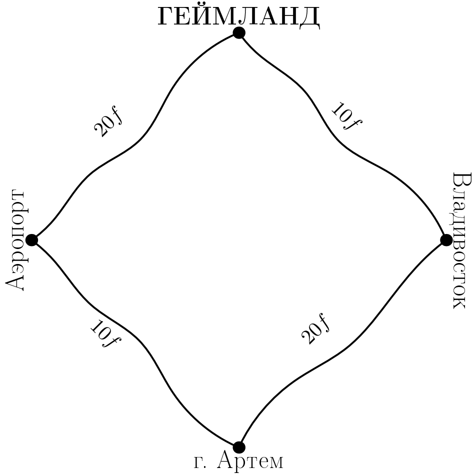
Программное обеспечение

Система	Производитель	Страна
CUBE	Citilab	USA
EMME/2	Uni Montreal	Canada
Vision	PTV	Germany
Quick Response Systems II	AJH Associates	USA
SATURN	Uni Leeds	UK
TransCAD	Caliper Corp.	USA
ESTRAUS	?	Chile



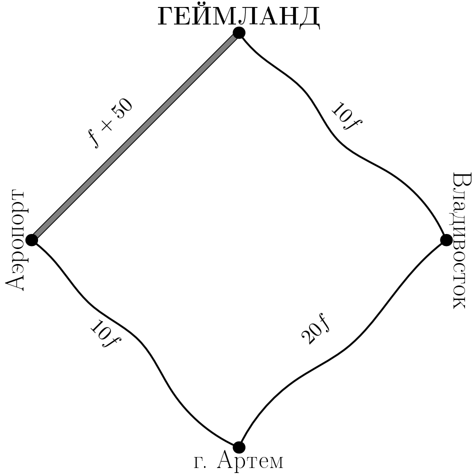
Начальное состояние:

- Общая потребность в перевозках Аэропорт-Владивосток — 6.
- Затраты на проезд — 90.



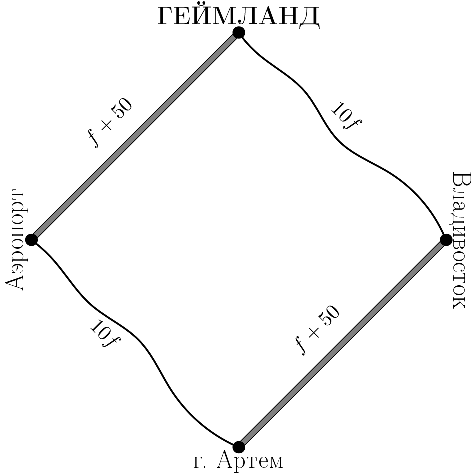
Начальное состояние с Игорной Зоной:

- Затраты на проезд — 90.



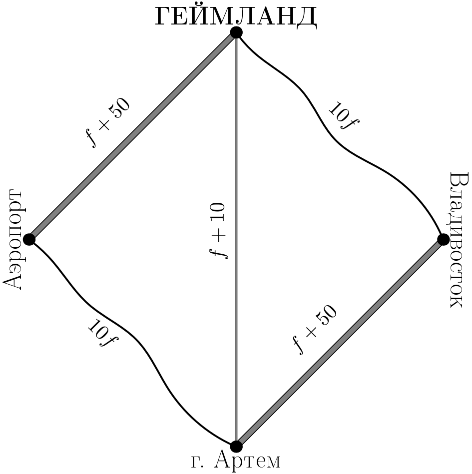
Построено шоссе 1:

- Затраты на проезд — 84.88;
- Верхний маршрут — 3.17;
- Нижний маршрут — 2.83.



Построено шоссе 2:

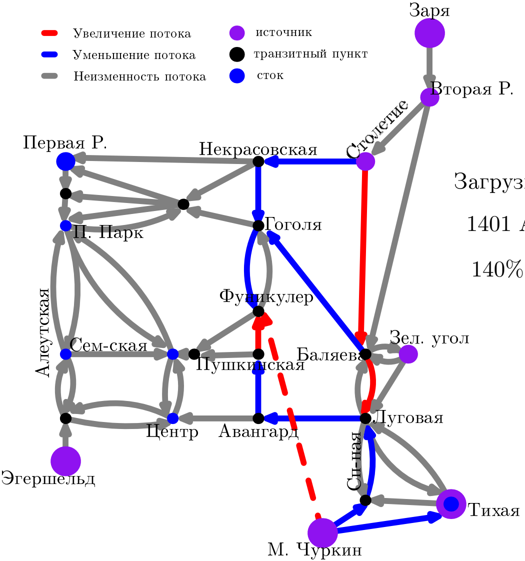
- Затраты на проезд — 83 у.е.



Построено шоссе 3:

- Затраты на проезд — 92 у.е. !!!
- Верхний маршрут — 2;
- Нижний маршрут — 2;
- Нижне-верхний маршрут — 2.

Затраты выше, чем первоначальные, до строительства шоссе



Загрузка моста:

1401 АТС в час на полосу

140% от максимальной загрузки полосы

Проекция на внешне заданные полиэдры

Полиэдр C во внешнем представлении

$$C = \{x : Ax \leq b\} \tag{1}$$

A — $m \times n$ матрица, b — m-вектор.
Задача проекции:

$$\min_{x \in C} \|x\|^2 = \|x^\star\|^2 \tag{2}$$

Существует $\Gamma > 0$ такое, что при всех $\gamma \geq \Gamma$ задачи (2) сводится к вычислению

$$\min_u \{\phi(u) - u\}$$

где

$$\phi(u) = \min_{x \in D(u)} 1/2\|x\|^2$$

где $D(u) = co\{0, \gamma \bar{A}_i\}$.
$\phi(u)$ — кусочно-квадратичная.

При $\Gamma = \infty$ функция $\phi(u)$ — просто квадратичная с $\phi(0) = 0$. Тогда $\phi(u) = \phi(1)u^2$ и следовательно для решения задачи $\min_u\{\phi(u) - u\}$ достаточно вычислить $\phi(1)$.

Численные эксперименты

vars	cnstr	it-con	std	it-cg	std
50	100	14.200	2.5257	195.30	31.990
50	110	15.250	2.3368	192.05	37.861
50	120	16.300	2.3418	174.80	36.295
50	130	17.650	1.8432	166.25	29.490
60	100	13.900	1.9974	366.85	58.666
60	110	15.050	1.7911	359.30	68.341
60	120	16.150	2.2542	324.95	37.909
60	130	16.800	2.2618	313.10	42.874
70	100	12.600	2.0105	538.95	71.053
70	110	13.500	2.1885	555.90	70.796
70	120	14.400	1.9841	559.00	68.330
70	130	15.800	2.1423	535.95	61.043
80	130	14.150	3.1669	774.95	72.097