Симаков В. К.

**О ПУЧКОВЫХ КОГОМОЛОГИЯХ ПРЕДПУЧКОВ МНОЖЕСТВ**

Кафедра прикладной математики, механики, управления и программного обеспечения ШЕН ДВФУ

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор Е.Е. Скурихин

Пусть $K$ – категория, $\tau$ – топология Гротендика на $K$, то есть $(K,\tau)$ - сайт. $D : K^{op} \to \mathcal{S}ets$ – предпучок множеств на $K$. В докладе рассматривается топология Гротендика $\varkappa_\alpha$ на частично-упорядоченном по включению множестве $K_{D,\tau}$ всех тау-замкнутых подпредпучков предпучка $D$. Доказывается, что $\varkappa_\alpha$-когомологии Чеха и $\varkappa_\alpha$-когомологии Гротендика произвольного предпучка $B \in K_{D,\tau}$ изоморфны.

Топология $\varkappa_\alpha$ определяется следующим образом: пусть $\varkappa$ – каноническая топология Гротендика на $K_{D,\tau}$ и $\alpha = \{A_i \in K_{D,\tau} \mid i \in I\}$ - семейство элементов из $K_{D,\tau}$. Для произвольного предпучка $B \in \mathrm{K}_{D,\tau}$ семейство $\beta = \{B_j \in K_{D,\tau} \mid j \in J\} \in \varkappa_\alpha(B) \Leftrightarrow \beta \in \varkappa(B), \alpha \cap B \prec \beta$.
Через $C^n(\beta, B)$ обозначим группу $n$-мерных коцепей семейства $\beta$ с коэффициентами в предпучке $B$.

Основным результатом, используемым при доказательстве теоремы об изоморфности $\varkappa_\alpha$-когомологий Чеха и Гротендика, является следующая теорема.

**Теорема:**

Пусть $(K,\tau)$ – сайт, D – предпучок на частично-упорядоченном множестве K, $\alpha = \{A_m \in K_{D,\tau} \mid m \in M\}$, $\varkappa$ – каноническая топология на $\mathrm{K}_{D,\tau}$, $\beta = \{B_j \in K_{D,\tau} \mid j \in J\} \in \varkappa_\alpha(B)$, $B \in \mathrm{K}_{D,\tau}$. Если $\mathcal{A} : K_{D,\tau}^{op} \to \mathcal{A}b$ – $\varkappa_\alpha$-локально нулевой предпучок абелевых групп, то $\forall c \in C^n(\beta, \mathcal{A})\ \exists \gamma \in \varkappa_\alpha, \gamma \prec \beta : \varphi^* c = 0$ ($\varphi$ – отображение вписывания семейства $\gamma$ в $\beta$).

**Лемма:**

Если $\mathcal{A} : K_D^{op} \to \mathcal{A}b$ - $\tau_\alpha$-локально нулевой абелевый предпучок на $\mathrm{K}_D$. $\alpha = \{A_m \in K_D \mid m \in M\}$, то $\mathrm{C} \subseteq A_m \Rightarrow \mathcal{A}(C) = 0$.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ, дополнительное соглашение от 21.04.2020 № 075-02-2020-1482-1.*

*Список литературы*

1. Скурихин, Е.Е. Когомологии и размерности топологических и равномерных пространств: Монография – Владивосток: Дальнаука, 2008. - 204 с.
2. Скурихин Е.Е., Сухонос А.Г., “Топологии Гротендика на пространствах Чу”, Матем. тр., 11:2 (2008), 159–186 с.