

Ефремов Е.Л.

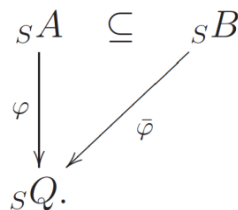
## ПРИМЕР НЕКОММУТАТИВНОГО МОНОИДА, НАД КОТОРЫМ КЛАСС СЛАБО ИНЪЕКТИВНЫХ ПОЛИГОНОВ НЕ ПРИМИТИВНО НОРМАЛЬНЫЙ

Кафедра алгебры, геометрии и анализа ШЕН ДВФУ  
Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор А.А. Степанова

В [1, 2] описаны моноиды, над которыми класс всех полигонов примитивно нормален. В [3] доказано, что теория любого инъективного полигона примитивно нормальна. Понятие слабо инъективного полигона является обобщением понятия инъективного полигона. В [4] показан пример коммутативного моноида, над которым класс всех слабо инъективных полигонов не является примитивно нормальным. В данной работе продолжен поиск критерия примитивной нормальности класса слабо инъективных полигонов.

Напомним некоторые понятия из теории полигонов и теории моделей.

Пусть  $S$  – моноид. Под (*левым*) *полигоном*  ${}_S A$  над моноидом  $S$  понимается множество  $A$ , на котором определено действие элементов из  $S$ , причем единица действует на  $A$  тождественно. Полигон  ${}_S Q$  называется *инъективным полигоном* над  $S$ , если для любого полигона  ${}_S B$  над  $S$ , для любого подполигона  ${}_S A \subseteq {}_S B$  и для любого гомоморфизма  $\varphi: {}_S A \rightarrow {}_S Q$  существует гомоморфизм  $\bar{\varphi}: {}_S B \rightarrow {}_S Q$ , продолжающий  $\varphi$ :



Если в определении инъективного полигона заменить полигон  ${}_S B$  на полигон  ${}_S S$ , а полигон  ${}_S A$  на полигон  ${}_S I$ , где  $I$  – левый идеал  $S$ , то получится определение *слабо инъективного полигона*.

Пусть  $T$  – полная теория языка  $L$ ,  $\mathcal{A} = \langle A; L \rangle$  – алгебраическая система языка  $L$ . Если  $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$  – формула языка  $L$ ,  $\bar{a} \in A$  той же длины, что и  $\bar{y}$ , то через  $\Phi(\mathcal{A}, \bar{a})$  будем обозначать множество  $\{\bar{b} \in A \mid \Phi(\bar{x}, \bar{y}) \text{ истинна в } \mathcal{A} \text{ на } \langle \bar{b}, \bar{a} \rangle\}$ . Формула  $\exists \bar{x}(\Phi_0 \wedge \dots \wedge \Phi_k)$ , где  $\Phi_i$  ( $i \leq k$ ) – атомарные формулы языка  $L$ , называется *примитивной*. Если  $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$  – примитивная формула языка  $L$ ,  $\bar{a} \in A$  той же длины, что и  $\bar{y}$ , то множество вида  $\Phi(\mathcal{A}, \bar{a})$  называется *примитивным*. Если  $\bar{b} \in A$  той же длины, что и  $\bar{y}$ , то множества  $\Phi(\mathcal{A}, \bar{a})$  и  $\Phi(\mathcal{A}, \bar{b})$  называются *примитивными копиями*. Теория  $T$  называется *примитивно нормальной*, если  $X = Y$  или  $X \cap Y = \emptyset$  для любых примитивных копий  $X$  и  $Y$ . Класс  $\mathcal{K}$  алгебраических систем языка  $L$  называется *примитивно нормальным*, если теория  $\text{Th}(\mathcal{A})$  примитивно нормальна для любой  $\mathcal{A} \in \mathcal{K}$ .

**Утверждение.** Пусть моноид  $S$  порождается множеством  $\{s_1, s_2\}$  и выполняются следующие условия:

- 1)  $t(s_1 s_2^n) = s_1 s_2^n$  для любого  $t \in S$ ,
- 2)  $S s_1 s_2^n \cap S s_2^{n+1} = \emptyset$

для любого  $n \in \omega$ . Тогда класс всех слабо инъективных полигонов над моноидом  $S$  не примитивно нормальный.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-01-00531, и Минобрнауки РФ, дополнительное соглашение от 21.04.2020 № 075-02-2020-1482-1.

### *Список литературы*

1. Степанова, А. А. Прimitивно связанные и аддитивные теории полигонов // Алгебра и логика. – 2006. – Т.45, № 3. – С. 300-313.
2. Степанова, А. А. Полигоны с примитивно нормальными и аддитивными теориями // Алгебра и логика. – 2008. – Т.47, № 4. – С. 279-288.
3. Ефремов, Е.Л. Примитивная нормальность и примитивная связность класса инъективных полигонов // Алгебра и логика (в печати).
4. Ефремов, Е.Л. Пример моноида, над которым класс слабо инъективных полигонов не является примитивно нормальным // Материалы Региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, Владивосток, 15–30 апреля 2019 г. [Электронный ресурс] – Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т. – 2019. – С. 246-247.